

Profilmodul Mathematik (für Systembiologie)

Sommersemester 2011

Übungsblatt 3

Webseite zur Vorlesung:

<http://www.lebiedz.de> → Lehre

Aufgabe 1. Lineare Abbildungen

Überprüfen Sie folgende Funktionen auf Linearität:

$$1. \quad f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} 2x_1 + x_3 \\ -x_2 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad x \longmapsto x + 1$$

$$3. \quad f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2. Konvergenz von Folgen im $\mathbb{R}^n$

Beweisen Sie folgenden Satz:

Sei x^k eine Folge von Punkten im $\mathbb{R}^n$

$$x^k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k), \quad k \in \mathbb{N}.$$

Genau dann konvergiert die Folge x^k gegen den Punkt $a = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^n$, wenn für $i = 1, 2, \dots, n$ gilt:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_i^k = a_i.$$

Gehen Sie dazu so vor:

1. Überlegen Sie sich noch einmal die Definition der Konvergenz einer Folge in $\mathbb{R}$.
2. Für die eine Richtung der Äquivalenz (“genau dann, wenn”) nehmen Sie an, dass $\lim x^k = a$ gelte und folgern daraus, dass $\lim_{k \rightarrow \infty} x_i^k = a_i$ gelten muss.
3. Für die Rückrichtung der Äquivalenz nehmen Sie $\lim_{k \rightarrow \infty} x_i^k = a_i$ an und zeigen dann, dass daraus $\lim x^k = a$ folgt, indem Sie $\|x^k - a\|$ geeignet abschätzen.