

**Theorie-Übungen 1 zur
Mathematik für Bioinformatik und Systembiologie
– Optimierungsmethoden –
(WS 2011/12)**

Aufgabe 1.1 (Modellierung eines (linearen) Optimierungsproblems)

Sie müssen zu vier Prüfungen in den Fächern Systembiologie, Mathematik, Biologie und Informatik antreten und diese Prüfungen in der angegebenen Reihenfolge und innerhalb von 21 Tagen ablegen. Von heute ab gerechnet ist der früheste Termin für die erste Prüfung in 40 Tagen und der späteste Termin für die letzte ist in 61 Tagen. Für diese Prüfungen müssen Sie noch sehr sehr viel lernen. Aus vielerlei Gründen erscheint es sinnvoll, beim Lernen nicht zwischen den Fächern hin- und herzuspringen, sondern vier disjunkte Intervalle zu bestimmen, in denen jeweils für ein Fach gelernt wird. Auch das Lernen soll in der Reihenfolge Systembiologie, Mathematik, Biologie, Informatik geschehen. Nun haben Sie sich aufgrund früherer Bemühungen in den Fächern verschiedene gute Ausgangspositionen erarbeitet. Jetzt – aus dem Stand heraus – würden Sie in Systembiologie mit 2.3, in Mathematik mit 3.0, in Biologie mit 4.7 und in Informatik mit 4.3 abschneiden. Jeder in ein Fach investierte Lerntag bringt Ihnen eine Verbesserung (wenn das Lernen vor der Prüfung erfolgt): Für Systembiologie ergibt sich eine Verbesserung von 0.1 pro Lerntag, für Mathematik von 0.2, für Biologie von 0.25 und für Informatik von 0.15. Nachteilig ist aber, dass Sie zwischen Abbruch der Lernerei in einem Fach und Prüfung in diesem Fach durch Vergessen und Verwirrung pro Tag wieder 0.1 einbüßen.

Hinweis: Zur Vereinfachung kann die Diskretheit der Tage ignoriert werden und eine kontinuierliche Zeitachse verwendet werden. Außerdem gebe es keinerlei Beschränkungen für die Noten, die beliebige reelle Werte annehmen dürfen. Insbesondere gibt es keine bestmögliche Note und auch keine schlechtestmögliche Note.

Sie überlegen nun, wie Sie Ihre vier Prüfungstermine legen sollen und wann Sie für die einzelnen Fächer lernen sollen. Modellieren Sie dieses Problem als lineares Optimierungsproblem, wenn

- i) es dabei Ihr Ziel ist, dass die schlechteste Note so gut wie möglich wird.
- ii) es Ihr Ziel ist, dass die Durchschnittsnote so gut wie möglich wird.
- iii) Sie nur am Bestehen der Prüfungen interessiert sind, das heißt, dass jede Prüfung mit der Note 4.0 oder besser absolviert werden soll.

4 Punkte

Aufgabe 1.2 (Minimierung einer quadratischen Funktion)

Berechnen Sie Minima der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x) := \frac{1}{2} x^T Q x - c^T x$$

mit

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

4 Punkte